Artificial Intelligence, Wintersemester 2012/2013

Übungsblatt 6

Abgabe: 06.12.2012, Besprechung: 06.12.2012

Aufgabe 1 Gradientenabstieg in Java [7 Punkte]

Laden Sie die Datei `uebung06.zip` von der Übungs-Webseite herunter.

(a) Vervollständigen Sie die Klassen `GradientDescentDouble` und `GradientDescentVector`, so dass sie den Gradientenabstieg-Algorithmus mit einer *line search* zur Schrittweitenbestimmung implementieren und jede durch das Interface `Function` definierte Funktion **minimieren**. Das Interface bietet die Funktionen `value(x)` für den Wert der Funktion an der Stelle x und `gradient(x)` für den Gradienten g an der Stelle x. Verwenden Sie als Abbruchkriterium die Bedingung $||g||_2 < \delta$ mit $\delta = 10^{-6}$.
Hier nochmals eine konkrete Beschreibung zur *line search*:

- Starten Sie mit einem kleinen Wert für die Schrittweite α (z. B. 10^{-6} oder 10^{-12}, siehe Vorgabe in den Java-Dateien).
- Verdopplen Sie α solange $f(x - \alpha g) < f(x)$.
- Führen Sie erst dann den Schritt durch, indem Sie x einen neuen Wert zuweisen.

weitere Hinweise:

- Es sollen zwei getrennte Funktionen definiert werden, um einerseits univariate (Argument ist ein `Double`) und andererseits multivariate (Argument ist ein `Vector`) Funktionen zu minimieren. Sie können sich überlegen, den univariaten Fall als Sonderfall des allgemeineren Problems zu implementieren.
- Verwenden Sie nur Methoden, die wir in der Klasse `Vector` (nicht `Matrix`!) definiert haben, um den multivariaten Gradientenabstieg zu implementieren.

(b) Nutzen Sie Ihre Implementierung, um das Minimum der in der Klasse `MysteryFunction` definierten Funktion zu finden. Führen Sie zehn Wiederholungen mit zufälligen Startwerten zwischen -5 und 5 durch und notieren Sie in Ihrer Abgabe für die jeweils gefundenen Minima x und $f(x)$. Welches globale Minimum finden Sie in diesen Läufen?

(c) Nutzen Sie Ihre Implementierung, um das Minimum der in der Klasse `MultiDimFunction` definierten Funktion zu finden. Führen Sie zehn Wiederholungen mit zufälligen Startvektoren (die Sie mittels der Methode `getRandomVector(dim)` erzeugen können) durch, und notieren Sie in Ihrer Abgabe jeweils den minimierten Vektor x und den zugehörigen Funktionswert $f(x)$ (ebenfalls ein Vektor).
Ist das von Ihnen gefundene Ergebnis Ihrer Meinung nach ein globales oder ein lokales Minimum?

Aufgabe 2 Newton-Raphson [7 Punkte]

(a) Beweisen Sie, dass das Newton-Raphson Verfahren für quadratische Funktionen der Form

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}ax_1^2 + \frac{1}{2}bx_2^2 + cx_1x_2 + dx_1 + ex_2 + z$$

in nur einem Schritt konvergiert, sofern die Hesse Matrix $\mathbf{H}(x)$ invertierbar ist (also $ab \neq c^2$) und zusätzlich gilt $a \neq 0$, $b \neq 0$.

(b) Zeigen Sie, dass die Formel

$$x \leftarrow x - \frac{g(x)}{g'(x)}$$

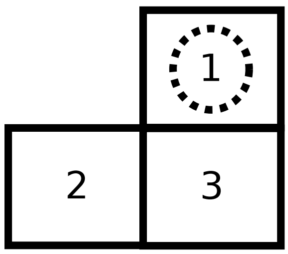
ein Spezialfall der mehrdimensionalen Formel ist. (Hinweis: Machen Sie sich klar, wie $f(x)$ und $g(x)$ im eindimensionalen Fall zusammenhängen.)

Aufgabe 3 Suche ohne Beobachtung [6 Punkte]

Gegeben seien die unten dargestellte Karte und ein Agent ohne Sensorik. Der Agent kennt die Topologie der Karte, aber nicht seine Position (= Zustand). Startzustand kann jeder der drei Zustände sein. Der Agent kennt die Bewegungen `aufwärts (U)`, `abwärts (D)`, `rechts (R)` und `links (L)`.

(a) Zeichnen Sie den gerichteten **belief-state**-Graphen auf, der alle Zustände miteinander verbindet, die der Agent annehmen kann (Hinweis: insgesamt 7). Beschriften Sie die Kanten so, dass zu erkennen ist durch welche Bewegung der Agent in welchen anderen *belief-state* übergeht.

(b) Geben Sie eine Folge von Bewegungen an, nach der der Agent aus jedem beliebigen Startzustand den Zielzustand 1 erreicht. Der Agent kennt *keinen Goal-Test*, d. h. er kann nicht selbst überprüfen, ob der Zielzustand erreicht ist. Wie lässt sich eine solche Folge systematisch finden? Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise.



Senden Sie Ihre kommentierte Implementierung sowie Ihre Ergebnisse an andreas.draeger@uni-tuebingen.de und florian.mittag@uni-tuebingen.de mit dem Betreff „Abgabe KI-Uebung 06“.