



## Technische Informatik I Übungsblatt 7, WS07/08

Abgabe: 11.12.07

### Aufgabe 24 Komplexe Zahlen (7 Punkte)

Es sei  $z$  eine komplexe Zahl  $z = a + jb$  mit  $j^2 = -1$ . Dann gelten folgende Umformungen:

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ : der Betrag von  $z$  bzw. die Länge des  $z$ -Vektors in der 2-dim. Interpretation.
  - $\phi_z = \arg(z)$ : der Winkel von  $z$  in der 2-dim. Interpretation, siehe Def. rechts für  $z \neq 0$ .
- $$\arg(z) = \begin{cases} \arctan \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan \frac{b}{a} + \pi & \text{für } a < 0, b \geq 0 \\ \arctan \frac{b}{a} - \pi & \text{für } a < 0, b < 0 \\ \pi/2 & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\pi/2 & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$
- $z = |z|e^{j\phi} = |z|(\cos \phi + j \sin \phi)$ : Umformung in Exponentialdarstellung.
  - $z_1 + z_2 = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$ : Addition von komplexen Zahlen.
  - $z_1 \cdot z_2 = (|z_1|e^{j\phi_1}) \cdot (|z_2|e^{j\phi_2}) = |z_1||z_2|e^{j(\phi_1+\phi_2)}$ : Multiplikation in Exponentialdarstellung.
  - $\bar{z} = \overline{a + jb} = a - jb$ : Konjugiert komplexe Zahl zu  $z$ .
  - $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+jb} = \frac{a-jb}{(a+jb)(a-jb)} = \frac{a-jb}{a^2+b^2} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$ : Kehrwert durch Erweitern mit  $(a - jb)$ .

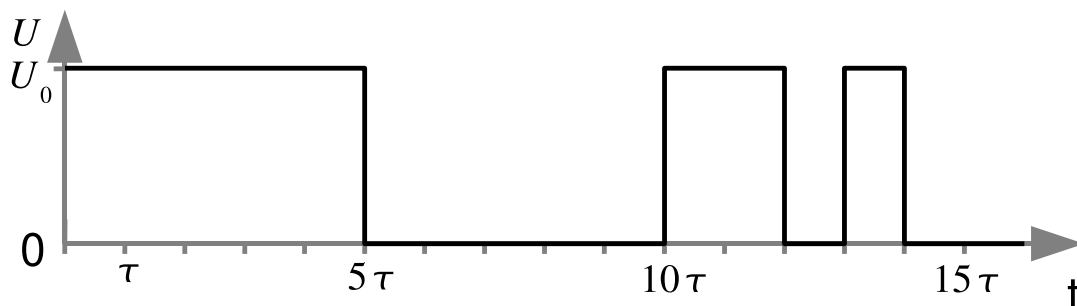
Es seien nun  $z_a = 1 + j$ ,  $z_b = 2 - 4j$ ,  $z_c = 1 + 3j$ . Vereinfachen Sie mit Hilfe der gegebenen Rechenregeln und in ausführlichen Schritten die folgenden Terme auf die Form  $a + jb$  oder  $d \cdot e^{j\phi}$ :

- (a)  $z_a + z_b z_c$                       (b)  $\frac{z_c - z_a}{z_b}$  mit Verwendung der Rechenregel für den Kehrwert.  
 (c)  $z_b + \frac{1}{\frac{1}{z_a} + \frac{1}{z_b}} + z_c$  mit Verwendung der Exponentialdarstellung.

*Hinweis:* Mit  $xy < 1$  gilt das Additionstheorem  $\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$

### Aufgabe 25 Impulsverhalten einer RC-Schaltung (6 Punkte)

Ein Impulsgenerator (Rechner) erzeuge eine Impulsreihe wie in der Grafik dargestellt.



- Stellen Sie eine Wertetabelle auf, in der Sie die Größen  $u_R(t)$ ,  $u_C(t)$  und  $i(t)$  in  $\tau$ -Schritten für die RC-Schaltung (Abbildung 1) und den gezeigten Impuls berechnen, und zwar mit  $U_0 = 1V$  und  $R = 2\Omega$ .
- Zeichnen Sie für  $u_R(t)$ ,  $u_C(t)$  und  $i(t)$  die erhaltenen Werte in jeweils ein Koordinatensystem (möglichst genau, z.B. auf Millimeterpapier) und passen Sie jeweils eine Kurve an.
- Im Hinblick auf  $u_C$ , handelt es sich bei dem RC-Glied um einen Hoch- oder Tiefpaß? Begründen Sie Ihre Antwort.

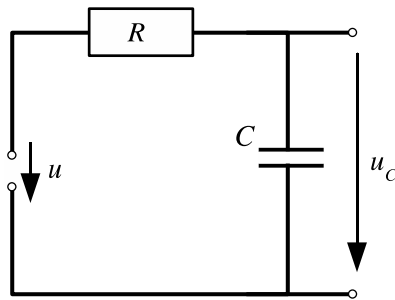


Abbildung 1: RC-Schaltung

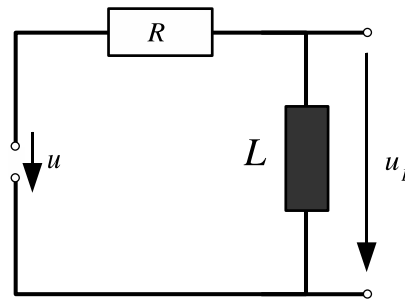


Abbildung 2: RL-Schaltung

### Aufgabe 26 Impulsverhalten einer RL-Schaltung (6 Punkte)

- Stellen Sie analog zur vorherigen Aufgabe für die gegebene Impulsreihe und das RL-Glied in Abbildung 2 eine Tabelle für die Größen  $u_R(t)$ ,  $u_L(t)$  und  $i(t)$  in  $\tau$ -Schritten auf, und zwar mit  $\frac{U_0}{R} = 0,5A$  und  $R = 2\Omega$ .
- Zeichnen Sie für  $u_R(t)$ ,  $u_C(t)$  und  $i(t)$  die erhaltenen Werte in jeweils ein Koordinatensystem (möglichst genau, z.B. auf Millimeterpapier) und passen Sie jeweils eine Kurve an.
- Im Hinblick auf  $u_L$ , handelt es sich bei dem RL-Glied um einen Hoch- oder Tiefpaß? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 27 Bode-Diagramm (6 Punkte)

Leiten Sie analog zum RC-Tiefpaß oder RC-Hochpaß aus der Vorlesung die Parameter  $\frac{U_L}{U_0}$ ,  $\frac{|U_L|}{|U_0|}$  und die Phasenverschiebung  $\phi$  aus der komplexen Darstellung von Spannung und Strom beim in Abbildung 2 dargestellten RL-Schaltkreis her. Verwenden Sie die Grenzfrequenz  $\omega_G = \frac{R}{L}$ . Stellen Sie eine Wertetabelle mit den Stützstellen  $\log(\frac{\omega}{\omega_G}) \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  auf und zeichnen Sie dann das Bode-Diagramm für  $A_U$  in Abhängigkeit von  $\frac{|U_L|}{|U_0|}$  und Phasenverschiebung  $\phi$  analog zur Vorlesung.