



Evolutionäre Algorithmen

Übungsblatt 6, SS 2011

Abgabe: 31.05.11

Aufgabe 16 Schemata - (5 Punkte)

Es sind die folgenden Strings:

$b_1 : 10010100$, $b_2 : 00101000$, $b_3 : 11001000$, $b_4 : 01110011$, $b_5 : 11100001$, $b_6 : 11110111$

und die folgenden Schemata:

$H_1 : 1*****$, $H_2 : 0*****$, $H_3 : ***0*00*$, $H_4 : **1**0**$, $H_5 : **1*****$, $H_6 : *1110***$
gegeben.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jedes Schema, dass ein Exemplar eine Mutation mit Mutationsrate $p_m = 0,1$ überlebt? (1 Punkt)
- (b) Geben Sie zu jedem Schema die größte untere Grenze für die Wahrscheinlichkeit an, dass es ein 1-Punkt-Crossover ($p_c = 0,75$) überlebt. (1 Punkt)
- (c) Die im Skript angegebene Formel des Schematheorems setzt eine Reihe von Annahmen voraus, um die Formel zu vereinfachen. Eine Annahme besteht darin, dass ein Crossover innerhalb des definierenden Bereiches das jeweilige Schema zerstört. Dies ist aber nur dann der Fall, wenn der Crossover-Partner nicht zu dem jeweiligen Schema gehört. Die folgende Formel berücksichtigt daher die Wahrscheinlichkeit $p(H, t)$, dass ein Crossover-Partner gewählt wird, der demselben Schema angehört:

$$m(H, t + 1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{f(P(t))} (1 - p_m)^{o(H)} \left(1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} (1 - p(H, t)) \right).$$

Berechnen Sie nun mit Hilfe der genaueren Formel die größte untere Grenze für die Wahrscheinlichkeit, dass bezüglich des Mini-Bits-Problem die Schemata ein 1-Punkt-Crossover ($p_c = 0,75$) überleben. (3 Punkte)

Aufgabe 17 Selektionswahrscheinlichkeiten - (7 Punkte)

Zur Maximierung der Funktion $f_{\text{bmax}} : \{0,1\}^l \rightarrow \mathbb{R}$, $f_{\text{bmax}}(I) = \sum_{i=0}^{l-1} a_i$ sei zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Population

$$P = \{100110, 101001, 101011, 110011, 001100\}$$

gegeben. Dabei bezeichnet $l = 6$ die Länge der Bit-Strings. Berechnen Sie zu diesem Optimierungsproblem die folgenden Selektionswahrscheinlichkeiten:

- (a) Lineares Ranking (mit $\eta^+ = 1, 2$ und $\eta^- = 2 - \eta^+$)

- (b) Nichtlineares Ranking (mit $c = 0,04$). Wie müssen die Pseudo-Wahrscheinlichkeiten dieses Rankings skaliert werden?
- (c) Tournament Selection (mit $q = 2$)

Geben Sie die vollständige Rechnung jeweils für das erste Individuum an. Fassen Sie die Ergebnisse in einer Tabelle zusammen.

Aufgabe 18 Population-based Incremental Learning - (8 Punkte)

Das aus der Vorlesung bekannte PBIL-Verfahren ist ein stochastisches Suchverfahren auf Binärstrings, das einen Wahrscheinlichkeitsvektor $P \in [0, 1]^l$ mitführt. Aus $P(t)$ wird in Iteration t eine Population von Individuen I_1, \dots, I_n erzeugt, wobei $P_i(t)$ die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der an Position i ein 1-Bit gesetzt wird. Es seien $\mu = 2$, $\eta = \frac{1}{5}$ und $P(0) = (\frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}) \in [0, 1]^l$ sowie die Anfangspopulation rechts der Größe $n = 6$ und Bitstringlänge $l = 6$ gegeben.

Index	Individuum					
1	1	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	0	1
3	0	1	0	0	1	0
4	1	0	0	1	1	0
5	0	1	1	1	0	1
6	1	1	1	0	1	0

- (a) Betrachten Sie die Fitnessfunktion $f_{\text{twin}}(I) = |(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{l}{2} \rfloor} a_i) - (\sum_{i=1+\lfloor \frac{l}{2} \rfloor}^l a_i)|$ unter Maximierung und führen Sie einen PBIL-Adaptionsschritt durch, d.h. berechnen Sie $P_{\text{twin}}(1)$. (2 Punkte)
- (b) Betrachten Sie ebenso $f_{\text{bmax}}(I) = \sum_{i=1}^l a_i$ unter Maximierung und berechnen Sie $P_{\text{bmax}}(1)$. (1 Punkt)
- (c) Geben Sie die Maxima von f_{bmax} und f_{twin} für $l = 6$ an. (1 Punkt)
- (d) Die gegebenen Funktionen lassen sich auch reellwertig auf $P(t)$ anwenden, so ist z. B.

$$f_{\text{bmax}}(P(0)) = 3.$$

Vergleichen Sie die Fitness von $P_{\text{bmax}}(1)$ und $P_{\text{twin}}(1)$. Wie erklären Sie sich den unterschiedlichen Fortschritt? Auf welcher Funktion wird PBIL schneller konvergieren? (2 Punkte)

- (e) Angenommen, man würde μ und n verdreifachen, so dass aus $P(t)$ jeweils 18 Individuen erzeugt und $P(t + 1)$ anhand von 6 Individuen adaptiert würde. Wie verändert sich die Konvergenzgeschwindigkeit (in Iterationen) von PBIL bzgl. f_{bmax} bzw. f_{twin} und warum – Begründung? (2 Punkt)

Allgemeiner Hinweis: Abgabe per E-Mail (andreas.jahn@uni-tuebingen.de) ist erwünscht, besonders für die Programmieraufgaben. Bitte die Klassen vorher testen, da Syntaxfehler zu Punktabzug führen. Die Klassen sollten ohne irgendwelche Extras mit dem JDK 1.6 laufen. Bitte grundsätzlich keine grafischen Oberflächen programmieren, denn dies kostet meist deutlich mehr Zeit als geplant. Wer es dennoch für unerlässlich hält, möge ausschließlich das AWT und Swing verwenden.